

中級ミクロ経済学Ⅱ（再履修） 第5回授業内課題

問題作成者：北村 友宏

2018年6月27日

学籍番号：_____ 氏名：_____

※解法が分からなければ、空白のまま提出しようとせず、担当教員に質問してください。

1. 生産要素を3種類用いて財を1種類生産する企業を考える。生産関数は

$$f(x_1, x_2, x_3) = (\min\{3x_1 + 3x_2, x_3\})^2$$

である。また、要素価格ベクトルは $(2, 1, 2)$ である。この企業は財を7単位生産しようとしている。このとき、以下の問いに答えなさい。

(a) 費用最小化問題を書きなさい。

(b) $g(x_1, x_2) = 3x_1 + 3x_2$ として、 $g(x_1, x_2)$ について要素1と要素2の限界生産物の比 MP_1/MP_2 と要素価格比 w_1/w_2 を求めなさい。

(c) MP_1/MP_2 と w_1/w_2 の大小関係を確認し、最適投入（端点解）では要素1と要素2のどちらの投入量が0となるかを述べなさい。

(d) 「(c) で述べた生産要素の投入量」が 0 のときの、費用の定義と等量曲線の式を書きなさい。ただし、等量曲線の式は1 次式で表しなさい。

(e) (d) の場合、任意の産出量について、最適投入となる条件（2 種類の生産要素の、一方ともう一方の最適投入量の関係）を書きなさい。

(f) (e) の条件式を (d) の等量曲線の式に代入することにより、最適投入ベクトル (x_1, x_2, x_3) を求めなさい。

(g) 財を 7 単位生産する場合の費用の最小値を求めなさい。

授業内課題解答

解答作成者：北村 友宏

※答案には重要な計算過程を示していればよい。ここまで詳しく説明する必要はない。

1. (a) 費用最小化問題は、

$$\begin{aligned} & \min_{x_1, x_2, x_3} 2x_1 + x_2 + 2x_3, \\ & \text{s.t. } \underbrace{(\min\{3x_1 + 3x_2, x_3\})^2}_{=f(x_1, x_2, x_3)} = 7. \end{aligned}$$

(b) $g(x_1, x_2) = 3x_1 + 3x_2$ とする.

要素 1 の限界生産物は、

$$MP_1 = \frac{\partial g(x_1, x_2)}{\partial x_1} = 3.$$

要素 2 の限界生産物は、

$$MP_2 = \frac{\partial g(x_1, x_2)}{\partial x_2} = 3.$$

よって、

$$\frac{MP_1}{MP_2} = \frac{3}{3} = 1.$$

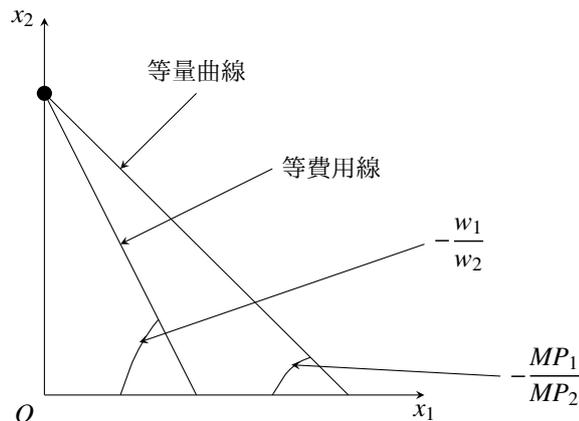
また、 $w_1 = 2, w_2 = 1$ なので、

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{2}{1} = 2.$$

(c) (b) より、 MP_1/MP_2 と w_1/w_2 の大小関係は、

$$\underbrace{\frac{MP_1}{MP_2}}_{=1} < \underbrace{\frac{w_1}{w_2}}_{=2}.$$

図で表すと、以下のようになる。



図より、最適投入では要素 1 の投入量が 0 ($x_1 = 0$) となる。

(d) $x_1 = 0$ のとき、費用の定義は、

$$x_2 + 2x_3.$$

等量曲線の式に $x_1 = 0$ を代入すると,

$$(\min\{3 \cdot 0 + 3x_2, x_3\})^2 = 7 \Leftrightarrow (\min\{3x_2, x_3\})^2 = 7.$$

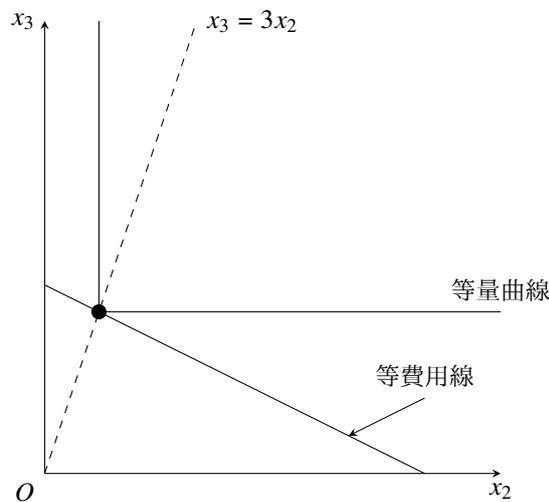
$f(x_1, x_2, x_3) \geq 0$ なので, 等量曲線の式は,

$$\min\{3x_2, x_3\} = \sqrt{7}. \quad (1)$$

(e) (d) より, 任意の産出量について, 最適投入となる条件 (最適な x_2 と x_3 の関係) は,

$$3x_2 = x_3. \quad (2)$$

• 図で表すと, 以下のようになる.



(f) (2) を (1) に代入すると,

$$\min\{x_3, x_3\} = \sqrt{7} \Leftrightarrow x_3 = \sqrt{7}.$$

(2) に代入

$$3x_2 = \sqrt{7} \Leftrightarrow x_2 = \frac{\sqrt{7}}{3}.$$

よって, 最適投入ベクトルは, $\left(0, \frac{\sqrt{7}}{3}, \sqrt{7}\right)$.

(g) 各生産要素の価格と最適投入量を費用の定義に代入すると,

$$\frac{\sqrt{7}}{3} + 2 \cdot \sqrt{7} = \frac{\sqrt{7} + 6\sqrt{7}}{3} = \frac{7\sqrt{7}}{3}.$$

よって, 費用の最小値は $\frac{7\sqrt{7}}{3}$.